НАУЧНО-ЗАБАВНАЯ БИБЛІОТЕКА ДЛЯ СЕМЬИ и ШКОЛЫ.
(25 выпусковъ).
Подъ редакц. препод. Моск. гимн. НИК. АМЕНИЦКАГО.

Выпускъ XIX.

Математическія развлеченія
и
любопытные пріемы мышленія.

Съ 19 рисунками.

СОДЕРЖАНІЕ:

Старинныя математическія развлеченія.—Любопытные вопросы, задачи и софизмы.—Загадочныя исчезновенія и превращенія.—Любопытные пріемы мышленія.

МОСКВА.—1912.
Складъ изданія у книгоиздательницы А. С. Панафидиной.
Лялинъ пер., соб. домъ.

Типографія РУССКАГО ТОВАРИЩЕСТВА. Москва,
Чистые пруды, Мыльниковъ пер., соб. д.

Отъ редактора.

Имѣя въ виду все болѣе и болѣе возрастающій интересъ къ *такой* математической литературѣ, которая затрагиваетъ живые и любопытные вопросы и вмѣстѣ съ тѣмъ возбуждаетъ любознательность, пытливость и самодѣятельность юныхъ читателей,—я полагаю, что предпринятое изданіе «*Научно-забавной библіотеки*» вполнѣ своевременно и желательно.

Стараясь дать интересный подборъ игръ и занятій, составители стремились придать изложенію таковыхъ возможно большую простоту и живость, слѣдя въ то же время и за тѣмъ, чтобы высказываемыя попутно мысли были болѣе или менѣе обоснованы, а *возможность* того или иного вопроса была изслѣдована всесторонне.

Принимая все это во вниманіе, составители позволяютъ себѣ надѣяться, что «*Научно-забавная библіотека*», дѣйствительно, явится для учащейся молодежи средствомъ провести свой досугъ пріятно и съ пользой.

Ник. Аменицкій.

Въ непродолжительномъ времени ***выйдутъ въ свѣтъ,*** *между прочимъ,* ***слѣдующіе выпуски*** *«Научно-забавной библіотеки»:*

Вып. 20. Счетные приборы.

» 21. Американская игра съ жетонами.

» 22. Игра «хамелеонъ».—Игра въ рулетку.

» 23. Фокусы съ картами, основанные на ариѳметическихъ вычисленіяхъ.

» 24. Игры въ спички.

» 25. Опыты, основанные на обманѣ чувствъ.

Математическія развлеченія.

I. Старинныя математическія развлеченія.

Мы не разъ уже упоминали, что математическія знанія древнѣйшихъ народовъ, жившихъ не менѣе, чѣмъ за 5000 лѣтъ до нашего времени, стояли на довольно высокомъ уровнѣ.

Это подтверждается нѣкоторыми дошедшими до насъ историческими документами, которые теперь тщательно хранятся въ музеяхъ и библіотекахъ.

Особенно интересенъ въ этомъ отношеніи египетскій папирусъ, авторомъ котораго, какъ оказывается, былъ Ахмесъ, жившій почти за двадцать вѣковъ до Рождества Христова.

Въ этомъ сочиненіи, которое (какъ говоритъ самъ авторъ его) имѣетъ цѣлью „наставленіе къ пріобрѣтенію знанія всѣхъ тайныхъ вещей", встрѣчается много недоговореннаго, таинственнаго и имѣющаго какой-то скрытый смыслъ.

Это, конечно, не могло не возбудить интереса историковъ математики, и надъ разгадкой того, о чемъ упоминаетъ въ своемъ папирусѣ Ахмесъ, трудились такіе ученые, какъ Родэ, Канторъ, Кэджори и др.

Такъ, напримѣръ, въ этомъ древнѣйшемъ памятникѣ математической литературы встрѣчается такой рядъ чиселъ: 7, 49, 343, 2401, 16807. Противъ каждаго изъ этихъ чиселъ написаны соотвѣтственно слѣдующія пять словъ: картина, кошка, мышь, ячмень, мѣра.

Этимъ и ограничивается авторъ и ровно ничего не поясняетъ по поводу того, какая связь существуетъ между упомянутыми числами и словами, и какой смыслъ скрывается за этимъ сопоставленіемъ.

Надъ разгадкой этого вопроса трудились многіе и въ концѣ концовъ пришли къ такому выводу: упомянутыя пять чиселъ представляютъ собою рядъ степеней числа 7; сумма же этихъ чиселъ 19607 можетъ служить отвѣтомъ на такую задачу, которую, вѣроятно, и имѣлъ въ виду Ахмесъ:

У семи лицъ есть по семи кошекъ. Каждая кошка съѣдаетъ по семи мышей, каждая мышь съѣдаетъ по семи колосьевъ ячменя, изъ каждаго колоса можетъ вырасти по семи мѣръ зерна. О сколькихъ предметахъ упоминается въ этой задачѣ?

Вѣроятность такого вывода подтверждается, между прочимъ, тѣмъ, что приведенная задача повторяется во всевозможныхъ варіантахъ у разныхъ народовъ и въ разныя времена.

До того времени, когда папирусъ Ахмеса сталъ всеобщимъ достояніемъ (а онъ былъ переведенъ на нѣмецкій языкъ въ 1877 году), древнѣйшимъ извѣстнымъ намъ трудомъ по математикѣ была „Ариѳметика“ Діофанта, справедливо считающагося „отцомъ современной алгебры“.

Ни о времени и мѣстѣ рожденія Діофанта, ни о его происхожденіи нѣтъ никакихъ данныхъ. Предполагаютъ, что онъ жилъ въ IV вѣкѣ до Р. Х.

Единственнымъ документомъ, благодаря которому можно получить нѣкоторое представленіе о жизни этого исключительнаго математика, служитъ довольно извѣстная надгробная надпись, сдѣланная на памятникѣ Діофанту.

Эта эпитафія, представляющая собою алгебраическую задачу (на составленіе уравненія съ однимъ неизвѣстнымъ), гласила слѣдующее:

Прохожій! Подъ этимъ камнемъ покоится прахъ Діофанта, умершаго въ преклонныхъ годахъ. $^1/_6$ часть своей продолжительной жизни онъ провелъ въ дѣтствѣ, $^1/_{12}$—въ юности. Слѣдующую затѣмъ $^1/_7$ своей жизни онъ былъ холостымъ. Черезъ пять лѣтъ послѣ его женитьбы у него родился сынъ, прожившій вдвое меньше, чѣмъ его отецъ. Черезъ четыре года послѣ смерти сына умеръ и Діофантъ, оплакиваемый родными. — Скажи, если умѣешь считать, въ какомъ возрастѣ онъ умеръ?

Рѣшить эту задачу можетъ всякій, кто знакомъ съ алгеброй. Дѣйствительно, составивъ на основаніи данныхъ уравненіе:

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4=x,$$

гдѣ x—возрастъ Діофанта, и приведя всѣ члены этого уравненія къ общему знаменателю, мы получимъ:

$$14x+7x+12x+420+42x+336=84x.$$

Отсюда: $9x=756$; слѣдовательно, $x=84$.

Такимъ образомъ, наука, созданная Діофантомъ, сама даетъ отвѣтъ на вопросъ, сколько лѣтъ прожилъ этотъ замѣчательнѣйшій математикъ.

Нѣсколько позднѣе Діофанта въ Греціи жилъ великій греческій геометръ и механикъ Архимедъ.

Чтобы познакомить читателей съ тѣми пріемами, которыми пользовался Архимедъ, разрѣшая тотъ или другой вопросъ, мы приведемъ здѣсь одно изъ его писемъ, адресованное Гелону, сыну сиракузскаго царя Гіерона, и заключающее въ себѣ отвѣтъ на вопросъ о числѣ песчинокъ во всей вселенной.

Подъ словомъ „вселенная“ Архимедъ понимаетъ солнечную систему, которая въ его время ограничивалась орбитой планеты Сатурна [1]).

„Многіе полагаютъ, о царь Гелонъ, что число песчинокъ безконечно, — не тѣхъ только песчинокъ, что находятся около Сиракузъ и на всей Сициліи, но всѣхъ тѣхъ, которыя разсѣяны на всѣхъ обитаемыхъ и необитаемыхъ странахъ міра. Другіе не считаютъ этого числа безконечнымъ, но думаютъ, что нѣтъ такой величины, что невозможно опредѣлить словомъ количество, превышающее совокупность этихъ песчинокъ. Отсюда очевидно, что подобнымъ образомъ мыслящіе люди, если бы даже вообразили себѣ груду песку, способную заполнить и уровнять всѣ глубины моря и впадины земли вплоть до верхушекъ высочайшихъ горъ, еще болѣе настойчиво утверждали бы, что невозможно обозначить число, большее числа песчинокъ такой груды. Но я хочу попытаться показать обратное съ помощью неопровержимыхъ доказательствъ, благодаря которымъ ты можешь убѣдиться, что нѣкоторыя числа,

[1]) Орбитой называется путь, описываемый какой-либо планетой.

упомянутыя мной въ книгахъ, обращенныхъ къ Зевксипу, превышаютъ не только число песчинокъ, способныхъ заполнить собой всю землю, но даже число всей массы песка, равной по объему всей вселенной.

„Знаю хорошо, о царь Гелонъ, — говоритъ Архимедъ, заканчивая свое разсужденіе, — что результаты моихъ вычисленій могутъ показаться невѣроятными толпѣ, всѣмъ тѣмъ, кто несвѣдущъ въ математическихъ наукахъ. Но все это покажется, въ виду доказательствъ, достаточно вѣроятнымъ тѣмъ, кто занимался этими науками и дѣлалъ изысканія относительно разстояній небесныхъ тѣлъ, о величинѣ земли, солнца, луны и всей вселенной. Вотъ почему я нашелъ возможнымъ посвятить нѣсколько размышленій этому предмету".

При своихъ вычисленіяхъ Архимедъ предполагаетъ, что неподвижныя звѣзды удалены отъ земли на разстояніе въ 100 милліоновъ разъ большее, чѣмъ радіусъ земного шара; окружность же земли онъ принимаетъ равной (на наши мѣры) 432321 верстѣ, т.-е. въ 11 слишкомъ разъ больше ея дѣйствительной длины, такъ какъ на самомъ дѣлѣ она равна 37575 верстамъ.

Затѣмъ Архимедъ предполагаетъ, что 10000 песчинокъ составляютъ объемъ маковаго зерна, діаметръ котораго равенъ 0,468 mm.

Всѣхъ этихъ данныхъ вполнѣ достаточно для разрѣшенія вопроса о числѣ песчинокъ, могущихъ помѣститься во вселенной.

Принимая во вниманіе, что объемы двухъ шаровъ относятся, какъ кубы ихъ радіусовъ, Архимедъ находитъ отношеніе объема вселенной къ объему маковаго зерна. Умножая это отношеніе на 10000, онъ и получаетъ искомое число песчинокъ, наполняющее его „вселенную".

Въ результатѣ своихъ вычисленій Архимедъ находитъ, что это число не превышаетъ 10^{63}, т.-е., числа, изображаемаго единицей въ сопровожденіи 63-хъ нулей.

При своихъ вычисленіяхъ Архимедъ, самъ того не подозрѣвая, пользовался принципами десятичной системы счисленія, сущность и основная идея которой ускользнула, однако, отъ проницательнаго ума этого генія, такъ какъ въ противномъ случаѣ стоило Архимеду ввести въ употребленіе помѣстное значеніе цифръ и нуля, и... десятичная система счисленія стала бы достояніемъ человѣчества на много вѣковъ ранѣе, чѣмъ это произошло на самомъ дѣлѣ.

Среди древнихъ народовъ, у которыхъ математика стояла на должной высотѣ, выдающееся мѣсто занимали индусы, которымъ мы и обязаны введеніемъ въ обиходъ нашей письменной системы счисленія и нуля, т.-е, того, что ускользнуло отъ вниманія геніальнаго Архимеда.

Искусство вычисленій индусы довели до высокой степени совершенства. Ихъ математическія сочиненія, полныя сложныхъ выкладокъ и вмѣстѣ съ тѣмъ какой-то мистической таинственности, писались, обыкновенно, въ стихотворной формѣ. Задачи, встрѣчавшіяся въ этихъ сочиненіяхъ, были большей частью алгебраическаго характера и разрѣшались путемъ составленія уравненій.

Здѣсь мы приведемъ нѣсколько такихъ задачъ, взятыхъ изъ сочиненія индусскаго ученаго Бхаскара Ачарья (1150), которое носитъ длинное названіе „Сиддхантасиромани", что значитъ „Вѣнецъ астрономической системы".

1. Прекрасная дѣва съ блестящими очами, ты, которая знаешь, какъ правильно примѣнять методъ инверсіи, скажи мнѣ величину такого числа, которое, будучи умножено на 3, затѣмъ увеличено на $^3/_4$ этого произведенія, раздѣлено на 7, уменьшено на $^1/_3$ частнаго, умножено само на себя, уменьшено на 52, послѣ извлеченія квадратнаго корня, прибавленія 8 и дѣленія на 10 даетъ число 2?

Инверсіей называется такой способъ рѣшенія задачи, при которомъ начинаютъ съ послѣдняго числа задачи, такъ сказать, „съ конца", и идутъ въ *обратномъ* порядкѣ, производя дѣйствія также *обратныя* названнымъ въ задачѣ.

Но ту же задачу, конечно, можно рѣшить и алгебраически, составивъ уравненіе, въ которомъ черезъ x обозначено искомое число.

Пользуясь условіемъ задачи, мы получимъ:

$$\frac{\sqrt{\left(\frac{3x+\frac{9x}{4}}{7}-\frac{3x+\frac{9x}{4}}{3\,.\,7}\right).x-52+8}}{10}=2.$$

Рѣшая это уравненіе, мы найдемъ, что искомое число 28.

Предоставляемъ читателямъ самимъ составить уравненія и рѣшить ихъ, на основаніи слѣдующихъ данныхъ индусскихъ задачъ:

2. Пчелы въ числѣ, равномъ корню квадратному изъ половины роя, слетѣли на кустъ жасмина. $^8/_9$ всего роя осталось дома. Одна пчела самка летаетъ вокругъ цвѣтка лотоса. Тамъ жужжитъ неосторожный самецъ, привлечеченный сладкимъ запахомъ цвѣтка и теперь заключенный внутри его. Скажи мнѣ число пчелъ?

Отвѣтъ: 72 пчелы.

3. Стая обезьянъ забавлялась. Одна восьмая часть ихъ въ квадратѣ бѣгала по лѣсу. Остальныя 12 кричали на верхушкѣ холма. Скажи мнѣ число обезьянъ.

Отвѣтъ: 16 или 48.

Не менѣе, если не болѣе, интересны задачи и математическія сочиненія, относящіяся къ различнымъ періодамъ русской старины, главнымъ образомъ къ XVIII и XIX вѣкамъ.

Напримѣръ, въ публичной библіотекѣ есть рукописная ариѳметика, гдѣ упомянутъ годъ, когда писалась рукопись. Она озаглавлена такъ: „Книга, глаголемая ариѳметика, пятая изъ седьми мудростей наука. Начата бысть писати отъ созданія міра въ лѣто 7199 года, индикта 14, круга солнечнаго 3, луннаго 17; отъ рождества по плоти единосущнаго отцу Слова 1691 года; справнаго луннаго слова *О*, а ключевого пасхальнаго *Ф*, мѣсяца Іуніа 28 дня".

„Увѣщеваніе" и предисловіе въ этой рукописи написаны стихами, часть которыхъ посвящена восхваленію счета и нуля, называемаго „*ономъ*":

Да увѣстся о семъ, яко ариѳметика
Девяти чиселъ, девяти и статей науки
Десятое же мѣсто *ономъ* исполняетъ
Своего числа мѣсто просто сохраняетъ.

Кому либо въ счетѣ необрѣтатися
Ту есть станетъ *Онъ* ему же не считатися,
Разумѣй, идѣ же *Онъ* мѣсто порозже есть:
Тако въ статьяхъ десятья науки нѣсть!

Точію вмѣсто того поставки различные.
Въ строкахъ считаніе славяномъ не обычны:
Тѣхъ поставокъ подробно и счести,
Кто ихъ навыкнетъ, можетъ вся подъ солнцемъ
счести.

Въ ариѳметическомъ задачникѣ *Л. Магницкаго*, изданномъ въ 1703 году, мы находимъ, между прочимъ, такія задачи:

1. Вопроси нѣкто учителя нѣкоего глаголя: повѣждь ми колико имаши учениковъ у себе во училищи, понеже имамъ сына отдати во училище: и хощу увѣдати о числѣ учениковъ твоихъ. Учитель же отвѣщавъ рече ему; аще придетъ ми учениковъ толико же, елико имамъ, и полтолика, и четвертая часть, еще же и твой сынъ, и тогда будетъ у мене учениковъ 100. Вопросивый же удивился отвѣту его отиде и начатъ изобрѣтати.

Искомое число учениковъ легко опредѣляется изъ уравненія:

$$x+x+\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+1=100;$$

отсюда $x=36$.

2. Нѣкій человѣкъ продаде коня за 156 рублевъ, раскаявся же купецъ нача отдавати продавцу глаголя: яко нѣсть мнѣ лѣть взяти сицеваго коня недостойнаго таковыя высокія цѣны: продавецъ же предложи ему иную куплю глаголя: аще ти мнится велика цѣна сему коню быти, убо купи токмо гвоздіе ихже сей конь имать въ подковахъ своихъ ногъ, коня же возми за тою куплею въ даръ себѣ. А гвоздей во всякомъ подковѣ по шести, и за единъ гвоздь даждь ми едину полушку[1]), за другій же двѣ полушки, а за третій копѣйку, и тако всѣ гвозди купи. Купецъ же видя толь малу цѣну и коня хотя въ даръ себѣ взяти: обѣщася тако цѣна ему платити, чая не болше 10 рублевъ за гвоздіе дати. И вѣдательно есть: коликимъ купецъ онъ проторговался?

Купецъ дѣйствительно „проторговался“ очень сильно, такъ какъ за гвозди ему приходится заплатить

$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \;.\;.\;.\;.\; + 2^{23}$ полушекъ,

что составитъ 41787 руб. $3^3/_4$ коп.!

Болѣе интересныя, какъ по содержанію, такъ и по формѣ задачи встрѣчаются въ книгѣ, издан-

---

[1]) 1 копѣйка = 2 денги = 4 полушки = $^1/_2$ грошa.

ной въ 1820 году артиллеріи штыкъ-юнкеромъ Ефимомъ Войтяховскимъ.

Вотъ полный заголовокъ этой книги: „Полный курсъ чистой математики, сочиненный артиллеріи штыкъ-юнкеромъ и математики партикулярнымъ учителемъ Ефимомъ Войтяховскимъ, въ пользу и употребленіе юношества и упражняющихся въ математикѣ“ 4 тома, изд. 1820 года.

Сами по себѣ эти задачи трудности не представляютъ, а потому здѣсь мы приводимъ только условія задачъ и отвѣты, рѣшать же ихъ предоставляемъ читателямъ самостоятельно.

1. У пріѣзжаго Гасконца оцѣнили богатство: модной жилетъ съ поношеннымъ фракомъ въ три алтына безъ полушки, но фракъ вполтретья*) дороже жилета; спрашивается каждой вещи цѣна?

Отвѣтъ. Цѣна фрака $6\frac{1}{4}$ коп., жилета $2\frac{1}{2}$ коп.

2. Веселый Французъ пришедъ въ трактиръ съ неизвѣстною суммою своего богатства, занялъ у содержателя столько денегъ, сколько у себя имѣлъ; изъ сей суммы издержалъ 1 рубль. Съ остаткомъ пришелъ въ другой трак-

Полторажды значитъ $1\frac{1}{2}$, полтретья $2\frac{1}{2}$—полчетвертанды—$3\frac{1}{2}$, полпята—$4\frac{1}{2}$, и т. д.

тиръ, гдѣ опять занявши столько сколько имѣлъ, издержалъ въ ономъ также 1 рубль; потомъ пришедъ въ третій и четвертый трактиръ учинилъ тоже, наконецъ по выходѣ изъ четвертаго трактира не имѣлъ ничего; спрашивается количество его денегъ.

Отвѣтъ. $93^3/_4$ коп.

3. Куплено сукна полторажды полтретья *) аршина, заплачено полчетвертажды полпята *) рубли; спрашивается, сколько должно заплатить за полсемажды полдевята аршина того же сукна?

Отвѣтъ. 232 руб. 5 коп.

2. Любопытные вопросы, задачи и софизмы.

Алгебра.

Здѣсь мы предлагаемъ любителямъ математики рядъ такихъ вопросовъ алгебраическаго характера, на которые отвѣчать приходится съ извѣстной осторожностью, и которые требуютъ большей или меньшей находчивости и остроумія.

1. Написать при помощи трехъ одинаковыхъ цифръ самое большое число.

Чаще всего приходится слышать, какъ на этотъ вопросъ даютъ отвѣтъ въ формѣ скромнаго и умѣреннаго числа 999.

Но, если на бѣду вашъ собесѣдникъ добросовѣстный математикъ, то онъ напишетъ нѣсколько иначе, а именно

$$9^{9^9}$$

Это значитъ, что надо возвести 9 въ степень, отмѣченную числомъ 9^9. Это послѣднее число легко получить въ нѣсколько минутъ, и вы увидите, что получится число

387 420 489.

2*

Теперь остается сдѣлать только 387420488 умноженій, чтобы получить желаемое число. Это очень простыя умноженія, все время на цифру 9, но ихъ надо сдѣлать такъ много, что едва ли у васъ хватитъ духу.

Любопытно то, что 1^{1^1} просто$=1$; 2^{2^2} есть 16, а 3^{3^3} уже число изъ 13 цифръ

7625597484987.

2. Не угодно ли вамъ разложить двучленъ $(a-b)$ на множителей?

Повидимому, сдѣлать довольно это трудно, и если вамъ случайно не придетъ въ голову, что

$$a=(\sqrt{a})^2 \text{ и } b=(\sqrt{b})^2,$$

то вы, быть можетъ, долго будете ломать себѣ голову надъ этимъ вопросомъ.

А на самомъ дѣлѣ;

$$a-b=(\sqrt{a}+\sqrt{b}).(\sqrt{a}-\sqrt{b}).$$

3. Нельзя ли вычислить, не пользуясь логариѳмическими таблицами, выраженіе: $\frac{lg\ 8}{lg\ 2}$?

Для этого стòитъ только представить данное выраженіе въ видѣ: $\frac{lg\ 2^3}{lg\ 2}=\frac{3\ lg\ 2}{lg\ 2}=3$.

4. Можетъ ли (и въ какомъ случаѣ) равенство: 13.4=100 оказаться справедливымъ?

Тутъ необходимо вспомнить, что считать можно по различнымъ системамъ счисленія, полагая за основаніе любое цѣлое и положительное число *).

Если вы возьмете за основаніе системы счисленія число 6, то умноженіе 13 на 4 представится въ такомъ видѣ:

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 4 \\ \hline 100 \end{array}$$

При этомъ разсуждать пришлось бы слѣдующимъ образомъ: четырежды три=12; но 12 содержитъ въ себѣ двѣ группы (по 6 единицъ) слѣдующаго высшаго разряда, которыя мы замѣчаемъ „въ умѣ", а подъ чертой пишемъ 0. Далѣе: четырежды одинъ=4 (группы по 6); присоединяемъ сюда еще 2 такія же группы (замѣченныя „въ умѣ"); всего получается 6 группъ (по 6), которыя составятъ 1 группу слѣдующаго высшаго разряда, и на мѣстѣ группъ по 6 мы должны написать 0.

Такимъ образомъ, дѣйствительно, равенство 13.4=100 можетъ имѣть мѣсто, т. е., иногда оно можетъ считаться справедливымъ.

5. Что больше $\sqrt{3}$ или $\sqrt[3]{4}$?

*) См. вып. V „Научно-забавной библіотеки".

Вопросъ станетъ сразу яснымъ, если вы приведете оба данные корня къ общему показателю корню (6).

Дѣйствительно:

$$\sqrt{3} = \sqrt[6]{3^3};\ \sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{4^2},$$

$$\text{или: } \sqrt{3} = \sqrt[6]{27};\ \sqrt{4} = \sqrt[6]{16}.$$

Теперь ясно видно, что

$$\sqrt[6]{27} > \sqrt[6]{16},$$

$$\text{т.-е., } \sqrt{3} > \sqrt[3]{4}.$$

6. Какъ вы думаете, чему равняется произведеніе:

$5.\ \sqrt{5}.\ \sqrt[4]{5}.\ \sqrt[8]{5}.\ \sqrt[16]{5}$...... и т. д. до безконечности?

Для того, чтобы получить ясное представленіе о величинѣ этого произведенія безконечнаго ряда множителей, мы замѣнимъ всѣ радикалы степенями:

$$5.\ 5^{\frac{1}{2}}.\ 5^{\frac{1}{4}}.\ 5^{\frac{1}{8}}.\ 5^{\frac{1}{16}}.....$$

Перемножая различныя степени числа 5 (для чего придется, конечно, сложить всѣхъ показателей этого числа), мы будемъ имѣть:

$$5^{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+.....}$$

Полученный показатель степени есть не что иное, какъ сумма членовъ безконечно-убывающей кратной прогрессіи, у которой первый членъ $a_1 = 1$, а знаменатель $q = \frac{1}{2}$.

Пользуясь формулой:

$$\text{предѣлъ}\ \underset{n=\infty}{S} = \frac{a}{1-q},$$

мы можемъ теперь вычислить предѣлъ, къ которому стремится сумма членовъ вышеупомянутой прогрессіи:

$$\text{пред.}\ \underset{n=\infty}{S} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$$

Итакъ, данное произведеніе:

$$5. = 5^2,\ \text{т.-е.}\ 5.\ \sqrt{5}.\ \sqrt{5}.\ \sqrt[n]{5}.....$$

при безконечно большомъ числѣ множителей стремится къ постоянной величинѣ 5^2, т.-е., въ предѣлѣ это произведеніе равно 25.

7. Предлагается вычислить устно, чему равно произведеніе логариѳмовъ всѣхъ послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ отъ 1 до 360.

Другими словами, спрашивается, чему равно произведеніе:

$$lg\ 1.\ lg\ 2.\ lg\ 3.\ lg\ 4......\ lg\ 359.\ lg\ 360.$$

На первый взглядъ эта задача можетъ показаться черезчуръ трудной для устнаго разрѣшенія. Но если принять во вниманіе, что логариѳмъ единицы (при всякомъ основаніи) равенъ нулю, то станетъ ясно, что и все данное произведеніе равно нулю.

8. Спросите кого-нибудь, знакомъ ли онъ съ возведеніемъ въ степень, и если вамъ отвѣтятъ утвердительно, то предложите рядъ слѣдующихъ вопросовъ: чему равно 2^2? 3^2? 4^2? 7^2? 9^2? Уголъ въ квадратѣ?..

Послѣдній вопросъ приведетъ въ смущеніе многихъ. Дѣйствительно, какъ возвести уголъ, т.-е., неопредѣленную часть плоскости во вторую степень?

На самомъ же дѣлѣ это не что иное, какъ игра словъ, и вопросъ относится къ такъ называемымъ „шуточнымъ вопросамъ".

Задавая вопросъ: „чему равенъ уголъ въ квадратѣ?" вы имѣете въ виду геометрическую фигуру „квадратъ", въ которомъ, какъ извѣстно всѣ углы прямые, а потому уголъ въ квадратѣ равенъ 90°.

9. Трое крестьянъ, Иванъ, Петръ и Алексѣй, пришли на рынокъ со своими женами: Марьей, Екатериной и Анной. Кто на комъ женатъ, намъ неизвѣстно. Узнать это на основаніи такихъ соображеній: каждое изъ этихъ 6-ти лицъ заплатило за каждый купленный предметъ столько копѣекъ, сколько предметовъ оно купило. Каждый мужчина истратилъ на 63 копѣйки больше своей же-

ны. Кромѣ того, Иванъ купилъ 23-мя предметами больше Екатерины, а Петръ 11-ю предметами больше Маріи.

Эта задача интересна не только благодаря оригинальной постановкѣ вопроса, но и благодаря своеобразному и вмѣстѣ съ тѣмъ простому разрѣшенію его.

Если одинъ изъ мужчинъ купилъ, скажемъ, x предметовъ, то, по условію задачи, онъ заплатилъ за нихъ x^2 коп. Если его жена купила y предметовъ, то она заплатила за нихъ y^2 коп. Разница $x^2-y^2=63$, но $x^2-y^2=(x+y).(x-y)$, т.-е. $(x+y).(x-y)=63$.

Числа $x+y$ и $x-y$ мы найдемъ, разложивъ 63 на два цѣлыхъ множителя; но $63=3^2.7$, и разложеніе возможно только тремя способами: 63×1, 21×3, 9×7; отсюда ур-нія:

$$x_1+y_1=63 \qquad x_2+y_2=21 \qquad x_3+y_3=9$$
$$x_1+y_1=1 \qquad x_2+y_2=3 \qquad x_3+y_3=7.$$

Ихъ рѣшенія:

$x_1=32$, $y_1=31$; $x_2=12$; $y_2=9$; $x_3=8$, $y_3=1$.

Отыскиваемъ тѣ значенія x и y, разность которыхъ$=23$, и находимъ x_1 и y_2; слѣдовательно, 32 предмета куплено Иваномъ, а 9—Екатериною, и т. д. Такимъ образомъ, имѣемъ слѣдующія комбинаціи:

Иванъ	32	Петръ	12	Алексѣй	8
Анна	31	Екатерина	9	Марья	1

Отсюда ясно, что Анна была женою Ивана. Екатерина—женою Петра и Марія—женою Алексѣя.

10. Какой знакъ слѣдуетъ поставить между дробями $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$, чтобы въ результатѣ получилась дробь $\frac{a+c}{b+d}$?

Вопросъ, на который не всегда и не всякому легко отвѣтить сразу, если не вспомнить теорему о рядѣ равныхъ отношеній. Дѣйствительно, если между данными дробями поставить знакъ равенства, то мы получимъ тождество: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$, которое будетъ несомнѣнно справедливо потому, что, если мы имѣемъ рядъ равныхъ отношеній, то сумма предыдущихъ членовъ такъ относится къ суммѣ послѣдующихъ, какъ одинъ изъ предыдущихъ относится къ своему послѣдующему.

Софизмы.

10. Дано равенство:

$$25 - 15 - 10 = 15 - 9 - 6.$$

Въ справедливости его сомнѣваться, конечно, нельзя, такъ какъ оно представляетъ собою тождество.

Попробуемъ вынести въ каждой части этого равенства общаго множителя за скобки:

$$5 \cdot (5 - 3 - 2) = 3 \cdot (5 - 3 - 2).$$

Теперь раздѣлимъ обѣ части равенства на одну и ту же величину, а именно на $(5 - 3 - 2)$, отъ чего равенство не должно нарушиться.

$$\frac{5 \cdot (5 - 3 - 2)}{(5 - 3 - 2)} = \frac{3 \cdot (5 - 3 - 2).}{(5 - 3 - 2)}$$

Произведя сокращеніе на $(5 - 3 - 2)$, мы получимъ, что

$$5 = 3!$$

Чѣмъ же объясняется такой противорѣчащій здравому смыслу выводъ?

Только тѣмъ, что мы позволили себѣ раздѣлить обѣ части равенства на выраженіе $(5 - 3 - 2)$, **равное нулю**.

Дѣло въ томъ, что дѣлить и умножать обѣ части равенства мы имѣемъ право на любую величину, но не равную нулю, такъ какъ въ противномъ случаѣ любыя двѣ безусловно неравныя величины, напримѣръ 5 и 3, или обратятся въ безконечность (т. к. $\frac{5}{0} = \infty$ и $\frac{3}{0} = \infty$), или сами превратятся въ нуль (т. к. $5 \,.\, 0 = 0$ и $3 \,.\, 0 = 0$).

11. Дано тождество:

$$4 - 10 + \frac{25}{4} = 9 - 15 + \frac{25}{4},$$

провѣрить которое нетрудно, произведя указанныя дѣйствія.

Данное равенство можно представить въ формѣ:

$$\left(2 - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2,$$

а это, по извлеченіи квадратнаго корня изъ обѣихъ частей равенства обращается въ

$$2 - \frac{5}{2} = 3 - \frac{5}{2}.$$

Прибавляя къ обѣимъ частямъ полученнаго равенства по $\frac{5}{2}$, мы получимъ, что

$$2 = 3!$$

Предоставляемъ читателямъ самимъ найти причину полученія такого нелѣпаго вывода.

12. Очевидно, что

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{8},$$

или: $$\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3.$$

Логариөмируя обѣ части неравенства, мы получимъ:

$$2 \lg \left(\frac{1}{2}\right) > 3 \lg \left(\frac{1}{2}\right).$$

Отсюда, по сокращеніи на $\lg \left(\frac{1}{2}\right)$ будемъ имѣть.

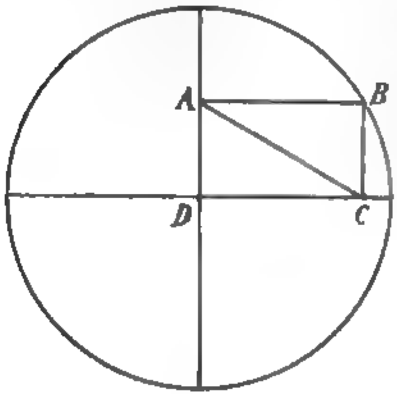
$$2 > 3!$$

Полученіе такого несообразнаго неравенства, объясняется тѣмъ, что, при дѣленіи на $\lg \left(\frac{1}{2}\right)$, мы упустили изъ виду одно очень важное обстоятельство: $\lg \left(\frac{1}{2}\right)$ — величина *отрицательная*, а потому, раздѣливъ каждую часть неравенства на эту величину, мы *должны были перемѣнить знакъ неравенства на обратный*, и тогда мы не получили бы такого нелѣпаго вывода.

Геометрія.

1. Двѣ деревни расположены по разныя стороны отъ рѣки. Какъ построить для сообщенія между деревнями мостъ черезъ рѣку, чтобы онъ одинаково отстоялъ отъ обѣихъ деревень?

Для разрѣшенія такого практическаго вопроса достаточно разстояніе между деревнями раздѣлить пополамъ и изъ этой точки дѣленія возставить перпендикуляръ къ линіи, соединяющей деревни. Этотъ перпендикуляръ при встрѣчѣ съ рѣкой и укажетъ искомое мѣсто для моста.



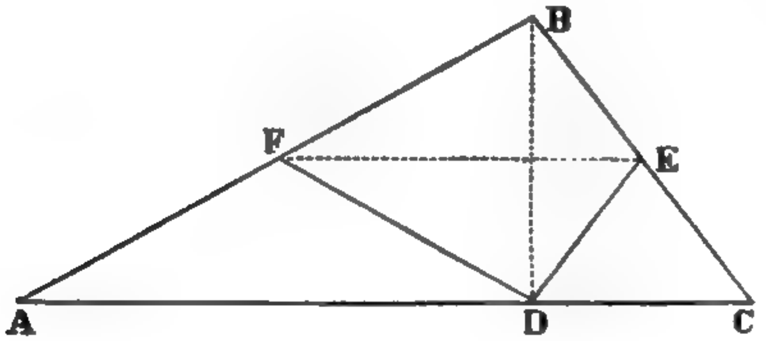
Фиг. 1.

2. На двухъ взаимно-перпендикулярныхъ діаметрахъ окружности, радіусъ которой равенъ 4 дм (фиг. 1), построенъ прямоугольникъ $ABCO$, при чемъ $AO =$ $= 1,5$ дм. Опредѣлить діагональ AC.

Всякій, кто *начнетъ такъ или иначе рѣшать* эту задачу путемъ вычисленій, уже сдѣлаетъ большую оплошность, такъ какъ отвѣтъ на вопросъ становится яснымъ тотчасъ же, какъ только будетъ проведена другая діагональ OB, *равная радіусу*. Такъ какъ $AC = OB$, то $AC = 4$ дм.

3. Скорняку нужно было наложить на мѣхъ заплату въ видѣ треугольника. Онъ выкроилъ заплату, но, по ошибкѣ, не той стороной. Какъ долженъ поступить скорнякъ, чтобы положить требуемую заплату изъ ошибочно вырѣзаннаго куска?

Пусть ABC (фиг. 2) есть ошибочно вырѣзан-



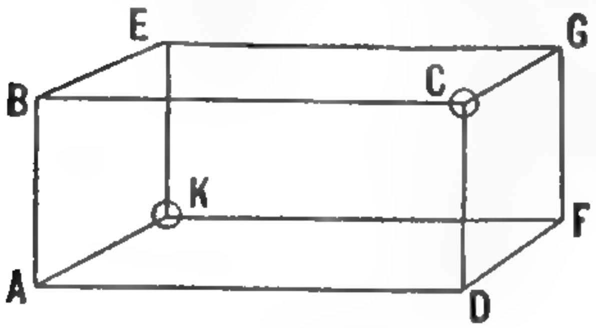
Фиг. 2.

ный кусокъ, BD — перпендикуляръ, опущенный изъ вершины B на сторону AC; E и F — середины сторонъ BC и AB. Скорнякъ долженъ разрѣзать кусокъ ABC по прямымъ DE и DF и каждую изъ полученныхъ частей перевернуть на своемъ мѣстѣ. $AF = FD = FB$ и $CE = ED = EB$, такъ какъ точки F и E суть центры окружностей, описанныхъ соотвѣтственно около прямоугольныхъ треугольниковъ ADB и CDB.

Ту же задачу можно разрѣшить и другими способами, и мы совѣтуемъ нашимъ читателямъ подумать объ этомъ и найти другія рѣшенія.

4. На потолкѣ въ углу C комнаты (фиг. 3) сидитъ паукъ, а на полу, въ противоположномъ углу K—муха. Какой путь долженъ избрать паукъ, чтобы добраться до мухи по кратчайшему разстоянію?

Съ перваго взгляда кажется яснымъ, что паукъ долженъ пробѣжать потолокъ по діагонали CE изатѣмъ спуститься къ мухѣ по ребру EK — (1-й путь).



Фиг. 3.

Поразмысливши, мы найдемъ для паука и другй „кратчайшій" путь: онъ можетъ пробѣжать боковую стѣну по діагонали CF и подобраться къ жертвѣ вдоль FK — (2-й путь).

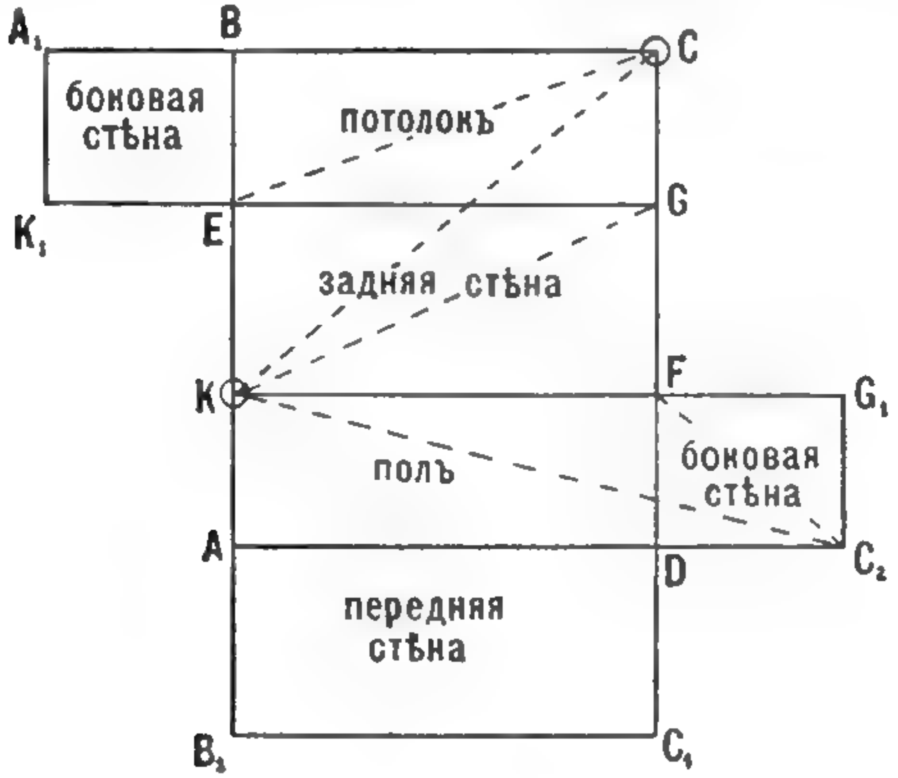
И, наконецъ,—паукъ могъ бы пойти по CG и по діагонали GK—(3-й путь).

Какой же изъ этихъ трехъ путей является, дѣйствительно, кратчайшимъ?

Оказывается, что ни тотъ, ни другой, ни третій. Есть еще болѣе короткіе пути, и мы займемся ихъ разысканіемъ.

Для этого развернемъ параллелепипедъ, изображающій нашу комнату, на плоскость. Получимъ чертежъ, изображенный фиг. 4-й. Паукъ сидитъ въ точкѣ *C*, а муха въ точкѣ *K*.

Теперь мы ясно видимъ, что путь *CEK*, который въ неразвернутомъ чертежѣ казался намъ



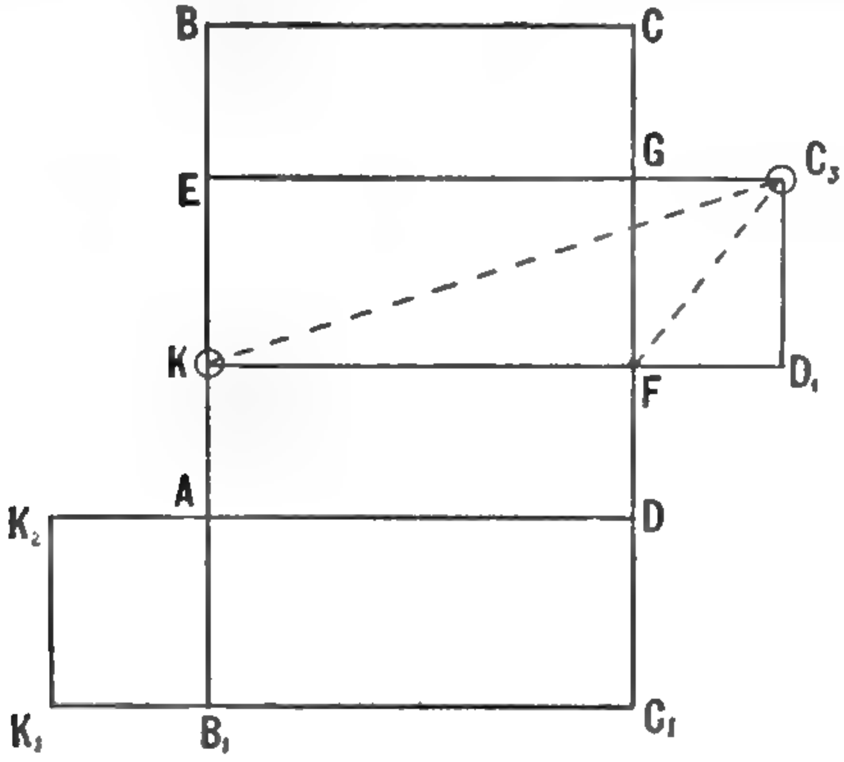
Фиг. 4.

кратчайшимъ, на самомъ дѣлѣ не является таковымъ. Стоитъ соединить точки *C* и *K* прямой линіей, чтобы получить замѣтно болѣе короткій путь. Этотъ новый путь будетъ также короче и и пути *CGK*, какъ видно изъ чертежа.

Далѣе, если предположить, что паукъ сидитъ въ точкѣ C_2 (также отвѣчающей углу *C* нашего параллелепипеда), то C_2FK будетъ путь, обозначенный нами выше, какъ „2-й путь“. Ясно, что онъ больше прямого пути C_2K.

Мы узнали, слѣдовательно, уже два „кратчайшихъ“ пути CK и C_2K.

Но это еще не все есть и третій. Чтобы найти



Фиг. 5.

его, развернемъ комнату, какъ показано на фиг. 5-й. Помѣстивъ мысленно паука въ точку C_3, мы увидимъ, что путь C_3FK (отвѣчающій пути CFK на нашемъ параллелепипедѣ) длиннѣе прямого пути KC_3.

Остается теперь рѣшить вопросъ: какой же изъ этихъ трехъ новыхъ путей будетъ самымъ короткимъ: KC, KC_2 или KC_3?

Оказывается, что это зависитъ отъ относительныхъ размѣровъ комнаты въ длину, ширину и высоту, какъ легко видѣть изъ слѣдующаго.

Обозначимъ длину комнаты AD черезъ a, высоту AB черезъ b и ширину AK черезъ c. Тогда изъ черт. 4-го и 5-го имѣемъ:

$$KC = \sqrt{\overline{KF}^2 + \overline{CF}^2} = \sqrt{a^2 + (b+c)^2}$$

$$KC_3 = \sqrt{\overline{AK}^2 + \overline{AC_3}^2} = \sqrt{c^2 + (a+b)^2}$$

$$KC_2 = \sqrt{\overline{KD}^2 + \overline{C_2D_1}^2} = \sqrt{b^2 + (a+c)^2}$$

Сравнивая между собой подкоренныя количества, мы увидимъ по раскрытіи скобокъ, что они отличаются другъ отъ друга лишь членами

$$2bc,\ 2ab \text{ и } 2ac;$$

отъ соотношенія этихъ произведоній и зависятъ сравнительныя длины линій KC, KC_2 и KC_3.

Дѣля всѣ три произведенія на $2abc$, получимъ

$$\frac{1}{a},\ \frac{1}{c} \text{ и } \frac{1}{b}.$$

Отсюда видно, что если $a > b$ и $a > c$, то кратчайшимъ путемъ будетъ KC.

Если $b > a$ и $a > c$, кратчайшій путь KC_2, и если $c > b$ и $c > a$, кратчайшій путь KC_3.

Мы видимъ, что задача о паукѣ и мухѣ оказалась гораздо сложнѣе, чѣмъ можно было думать съ перваго взгляда. Кстати замѣтимъ, что болѣе

3*

чѣмъ сомнительно, чтобы паукъ, сидящій въ одномъ углу комнаты, могъ замѣтить муху, сидящую въ другомъ углу, а потому разсмотренная задача интересна только въ томъ отношеніи, что она даетъ матеріалъ для развлеченія математическаго характера.

5. Вообразимъ себѣ веревку, длина которой равна длинѣ экватора земного шара. Увеличимъ эту длину веревкою въ одну версту; изъ вновь образовавшейся длины образуемъ круглое кольцо, которое представимъ себѣ концентрически надѣтымъ на земной шаръ.

Измѣримъ веревкой длину экватора небольшого мячика, къ этой веревкѣ привяжемъ веревку въ одну версту и образуемъ концентрическое съ экваторомъ мячика круглое кольцо.

Какое изъ двухъ колецъ будетъ находиться на большемъ разстояніи отъ соотвѣтствующаго ему тѣла?

Если не вдаваться въ разсужденія и не прибѣгать къ математическимъ вычисленіямъ, то на этотъ вопросъ съ перваго взгляда такъ и хочется отвѣтить „конечно, вторая веревка, окружающая мячикъ, будетъ находиться на большемъ разстояніи отъ мячика, чѣмъ другая веревка отъ земного шара“.

Посмотримъ, такъ ли это на самомъ дѣлѣ?

Изъ геометріи извѣстно, что длина всякой окружности C равна $2\pi R$, гдѣ R—радіусъ окружности; отсюда $R=\frac{C}{2\pi}$.

Пусть R будетъ радіусъ земного шара, а r—радіусъ мячика.

Тогда длина первой веревки послѣ надвязыванія можетъ быть выражена такъ: $2\pi R+1$, а радіусъ кольца, сдѣланнаго изъ этой веревки, будетъ $\frac{2\pi R+1}{2\pi}$. Для того, чтобы найти то разстояніе, на которомъ находится это кольцо отъ поверхности земного шара, надо вычесть изъ полученнаго выраженія R. Такимъ образомъ, это разстояніе выразится такъ:

$$\frac{2\pi R+1}{2\pi}-R\ \ldots\ (1)$$

Разсуждая такимъ же образомъ по поводу другого кольца, окружающаго мячикъ, мы найдемъ, что для него это разстояніе выразится такъ:

$$\frac{2\pi r+1}{2\pi}-r\ \ldots\ (2)$$

Попробуемъ теперь сравнить между собою выраженія (1) и (2).

1) $\frac{2\pi R+1}{2\pi}-R=\frac{2\pi R+1-2\pi R}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}$;

2) $\frac{2\pi r+1}{2\pi}-\quad=\frac{2\pi r+1-2\pi r}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}$.

Итакъ, оказывается, что оба кольца будутъ отстоять отъ соотвѣтствующихъ имъ шаровъ на *одинаковомъ* разстояніи.

Ниже мы даемъ нѣсколько любопытныхъ задачъ геометрическаго характера, рѣшеніе которыхъ предоставляемъ самимъ читателямъ.

6. Торговецъ продаетъ пучокъ спаржи, перевязанный веревкой, за 30 коп. Что стоитъ пучокъ такой же спаржи, перевязанный веревкой вдвое болѣе длинной. Часть веревки, идущая на узелъ, въ расчетъ не принимается. Веревка охватываетъ спаржу въ обоихъ случаяхъ въ одинъ рядъ.— Отв. 1 р. 20 коп.

7. Рѣчной тростникъ возвышался надъ поверхностью воды на 1 футъ. Отъ вѣтра тростникъ нагнулся и погрузился верхнимъ концомъ въ воду на разстояніи 5 футовъ отъ того мѣста, откуда поднимался съ поверхности рѣки. Вычислить глубину рѣки. Отв. 12 футовъ.

8. Подъ какимъ угломъ къ горизонту должна быть устроена крыша зданія, чтобы дождевая вода оставалась на ней наименьшее время?

Треніе на расчетъ не принимается.—Отв. 45°.

9. На площади стоитъ памятникъ: фигура вышиною въ 7 фут. поставлена на пьедесталъ вышиною въ 9 фут. На какомъ разстояніи отъ основанія пьедестала фигура видна подъ наибольшимъ угломъ?—Отв. Иск. разст. $= \sqrt{9(7+9)} =$ $= 12$ фут.

Софизмы.

Большинство нелѣпыхъ выводовъ, получаемыхъ въ результатѣ софистическихъ разсужденій геометрическаго характера, объясняются неправильностью или неточностью чертежа. Поэтому, предлагая вниманію нашихъ читателей помѣщаемые ниже софизмы, мы вмѣстѣ съ тѣмъ рекомендуемъ заняться въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ отыскиваніемъ тѣхъ причинъ, благодаря которымъ намъ удается получить нижеслѣдующіе нелѣпые выводы:

1. Прямой уголъ равенъ тупому углу.

Возьмемъ четыреугольникъ $ABCD$ (фиг. 6), въ которомъ уголъ ABC—прямой, уголъ BCD—тупой и $AB=CD$. Раздѣлимъ стороны AD и BC въ точкахъ K и L пополамъ и проведемъ прямыя KO, перпендикулярную къ AD, и LO, перпендикулярную къ BC. Соединивъ точку O пересѣченія этихъ перпендикуляровъ съ вершинами A, B, C, D, замѣтимъ, что $AO=OD$ (изъ равенства прямоугольныхъ треугольниковъ AKO и DKO) и $BO=OC$, $\angle OBL=\angle OCL$ (изъ равенства прямоугольныхъ треугольниковъ BLO и CLO). Такъ какъ $AB = CD$, $AO = OD$ и $BO = OC$, то $\triangle ABO = \triangle DCO$ и, слѣдовательно, $\angle ABO = \angle DCO$.

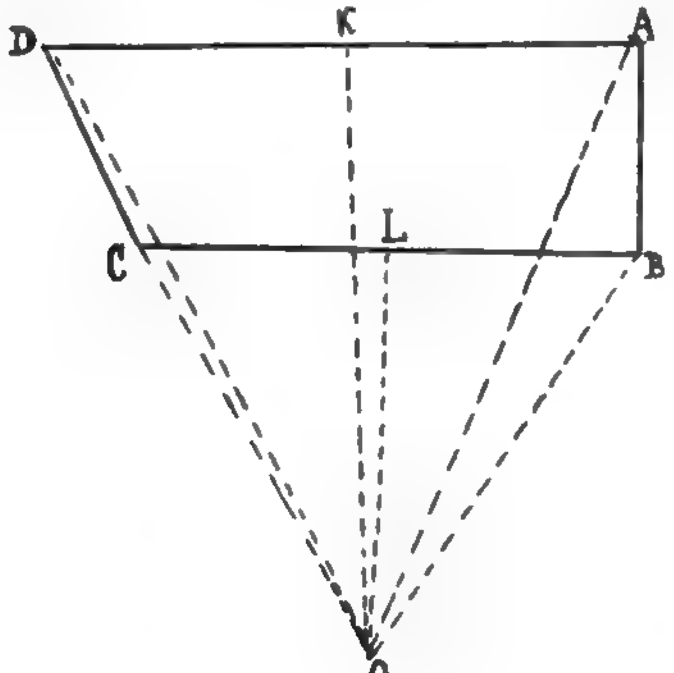
Итакъ

$$\angle ABO = \angle DCO$$
$$\angle OBL = \angle DCL.$$

Вычитая эти равенства почленно, получимъ:

$$\angle ABL = \angle OCL,$$

т-е., **прямой уголъ равенъ тупому!**



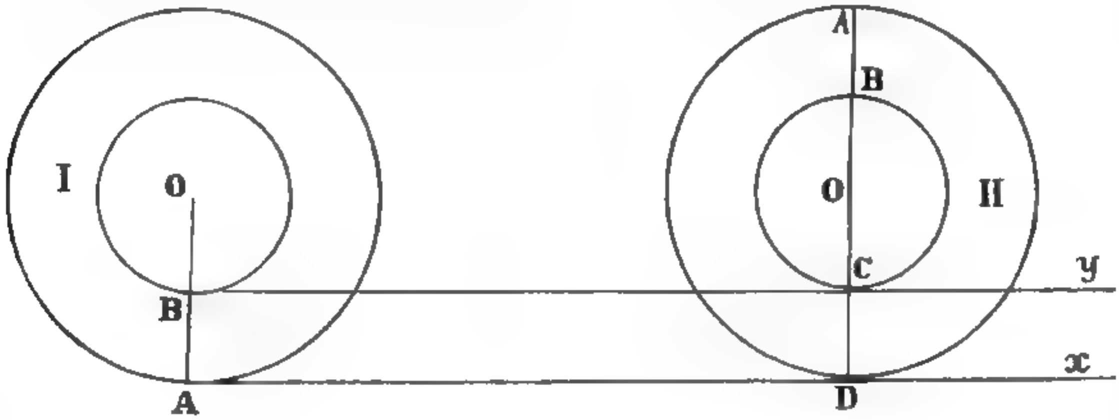
Фиг. 6.

2. Радіусы двухъ концентрическихъ окружностей равны между собою.

Пусть мы имѣемъ два концентрическихъ колеса, радіусовъ $OA = R$ и $OB = r$ (фиг. 7), *скрѣпленныя* другъ съ другомъ.

Первое изъ нихъ катится по рельсу Ax, а второе по рельсу By.

Выйдя изъ начальнаго положенія I и сдѣлавъ $^1/_2$ оборота, колеса придутъ въ положеніе II и и будутъ касаться рельсовъ въ точкахъ D и C.



Фиг. 7.

Разстояніе AD будетъ равно $^1/_2$ длины окружности большого колеса, т.-е., $\frac{2\pi r}{2} = \pi R$, а разстояніе $BC = {}^1/_2$ длины окружности малаго колеса, т.-е., $\frac{2\pi r}{2} = \pi r$.

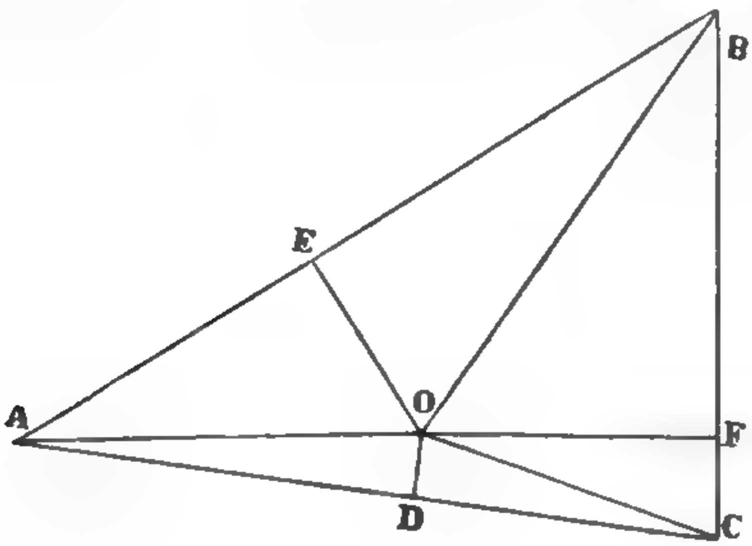
Итакъ, $AD = \pi R$;

$BC = \pi r$.

Но $AD = BC$, какъ отрѣзки параллельныхъ линій между параллельными; слѣдовательно:

$$\pi R = \pi r, \text{ или } R = r!$$

3. Въ произвольно взятомъ треугольникѣ ABC (фиг. 8) проведемъ биссектрису угла ABC и изъ средины D стороны AC возставимъ къ послѣдней перпендикуляръ. Пусть этотъ перпендикуляръ пересѣчется съ упомянутой биссектрисой въ точкѣ O. Соединивъ точку O съ вершинами A и C и опустивъ изъ нея перпендикуляры OE и OF на



Фиг. 8.

стороны AB и BC, замѣтимъ, что $OA = OC$ (изъ равенства прямоугольныхъ треугольниковъ ADO и CDO) и $OE = OF$, $BE = BF$ (изъ равенства прямоугольныхъ треугольниковъ BEO и BFO). Изъ равенства прямоугольныхъ треугольниковъ AOE и COF заключаемъ, что $AE = CF$.

Итакъ,

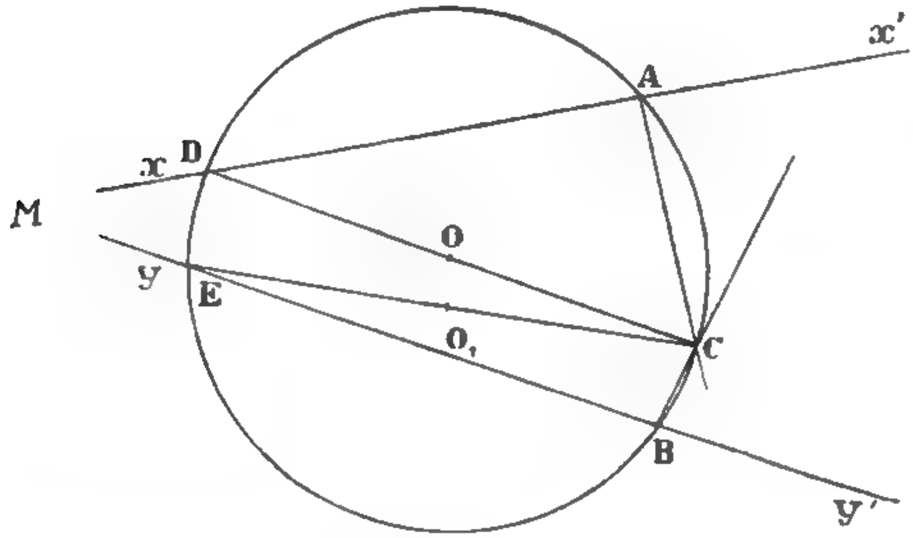
$$AE = CF$$
$$EB = FB.$$

Сложивъ эти равенства, получимъ, что

$$AB = BC,$$

т.-е., всякій треугольникъ равнобедренный!

4. Въ одной окружности—два центра. Изъ точекъ A и B (фиг. 9), взятыхъ соот-



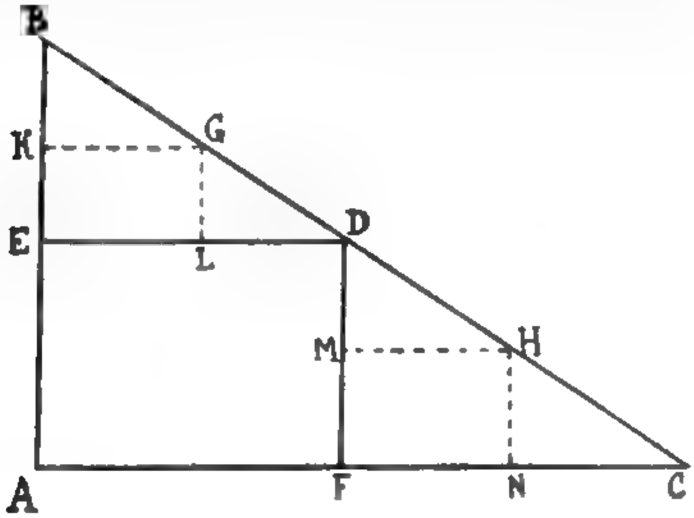
Фиг. 9.

вѣтственно на непараллельныхъ прямыхъ xx' и yy', возставлены къ послѣднимъ перпендикуляры, пересѣкающіеся въ точкѣ C. Окружность, проведенная черезъ точки A, C, B, пересѣкаетъ прямыя xx' и yy' соотвѣтственно въ точкахъ D и E. Прямыя DC и EC должны быть діаметрами этой окружности, такъ какъ углы при точкахъ A и B, будучи вписанными, суть прямые. Средины O и O_1 діаметровъ DC и EC должны быть центрами окружности.

Такимъ образомъ **одна окружность имѣетъ два центра!**

5. Въ прямоугольномъ треугольникѣ сумма катетовъ равна гипотенузѣ.

Изъ точки D (фиг. 10), дѣлящей гипотенузу BC прямоугольнаго треугольника ABC пополамъ опущены на оба катета перпендикуляры DE и DF.



Фиг. 10.

Очевидно, что длина ломаной линіи $BEDFC$ равна суммѣ катетовъ $BA+AC$.

Въ такомъ случаѣ раздѣлимъ BD и DC пополамъ въ точкахъ G и H и проведемъ изъ этихъ точекъ линіи, параллельныя AB и AC. Тогда легко будетъ убѣдиться, что длина ломаной линіи $BKGLDMHNC$ также равна суммѣ катетовъ $BO+$ $+AC$.

Отсюда ясно, что, увеличивая такимъ образомъ число дѣленій гипотенузы BC и дѣлая каждый разъ построеніе, подобное предыдущему мы всякій разъ будемъ получать ломаную линію, длина которой будетъ равна суммѣ катетовъ $BA+$ $+AC$.

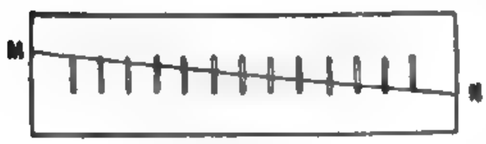
Но въ предѣлѣ, при увеличеніи числа точекъ дѣленія гипотенузы CB, ломаная линія мало-помалу будетъ утрачиваетъ свою зубчатую форму, а при безконечно большомъ числѣ этихъ точекъ ломаная линія совершенно сольется съ гипотенузой BC, оставаясь въ то же время (по доказанному) равной суммѣ катетовъ $BA+AC$.

Такимъ образомъ $BC=BA+AC$.

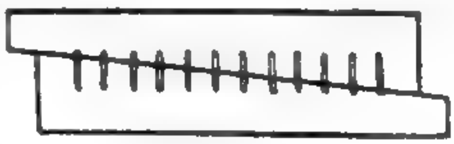
3. Загадочныя исчезновенія и превращенія.

I.

Начертите на прямоугольномъ кускѣ картона 13 одинаковыхъ палочекъ, на равномъ разстояніи другъ отъ друга, такъ какъ показано на фиг. 11-ой. Теперь разрѣжьте прямоугольникъ по косой линіи MN, проходящей черезъ верхній конецъ первой палочки и черезъ нижній конецъ послѣдней. Если затѣмъ вы сдвинете обѣ половины такъ, какъ показано на фиг. 12-ой, то замѣтите любопытное явленіе: вмѣсто 13 палочекъ, передъ вами окажется всего 12! Одна палочка исчезла безслѣдно. Куда же она дѣвалась?



Фиг. 11.



Фиг. 12.

Если вы внимательно разсмотрите оба чертежа и сравните длину старыхъ и новыхъ палочекъ, то замѣтите, что новыя немного длиннѣе старыхъ. Тщательное измѣреніе или вычисленіе убѣдить васъ, что разница въ длинѣ $= \frac{1}{12}$ долѣ старой палочки, и что, слѣдовательно, исчезнувшая 13-я палочка улетучилась не безслѣдно: она распредѣлилась между 12-ю остальными, удлинивъ каждую изъ нихъ на $\frac{1}{12}$ своей длины.

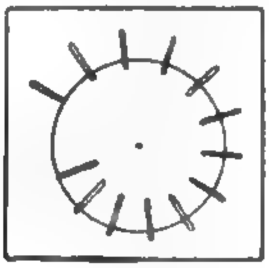
Когда мы сдвигаемъ обѣ части картона, мы приставляемъ отсѣченный отрѣзокъ каждой палочки (начиная со второй) къ нижней части предыдущей. Такъ какъ каждый отсѣченный отрѣзокъ больше предыдущаго на $\frac{1}{12}$, то каждая палочка вслѣдствіе этой операціи должна удлиниться на $\frac{1}{12}$ своей длины, и всѣхъ палочекъ должно получиться 12.

Если перемѣщеніе разрѣзанныхъ частей рисунка произвести въ обратную сторону, то, вмѣсто прежнихъ 13 палочекъ, передъ вами окажется цѣлыхъ 14.

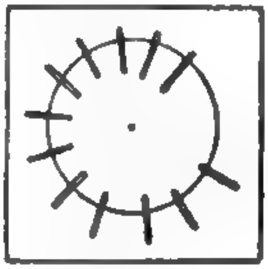
На глазъ удлиненіе палочекъ незамѣтно, такъ что исчезновеніе 13-й палочки на первый взглядъ представляется довольно загадочнымъ.

II.

Чтобы усилить эффектъ, можно расположить палочки по кругу, какъ показано на фиг. 13-й. Если вырѣзать внутренній кругъ и укрѣпить его



Фиг. 13.



Фиг. 14.

въ центрѣ такъ, чтобы онъ могъ вращаться, то поворотомъ круга на небольшой уголъ мы опять достигаемъ исчезновенія одной палочки (фиг. 14).

III.

Руководствуясь тѣмъ, что было сказано по поводу исчезнувшей палочки, можно устроить остроумную игрушку, которая изображена на фиг. 15-ой.

Здѣсь изображенъ земной шаръ, по краямъ котораго размѣщены 13 китайцевъ.

Если вы аккуратно вырѣжете изъ этого рисунка (фиг. 15) кругъ по наружному контуру земного шара и снова помѣстите его на свое прежнее мѣсто, то число китайцевъ, какъ и раньше, будетъ, конечно, 13.

Фиг. 15.

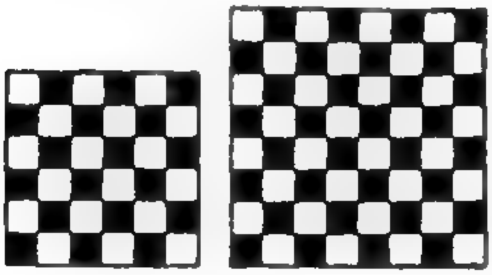
Фиг. 16.

Но стòитъ вамъ немного повернуть вырѣзанный внутренній диксъ по направленію стрѣлки, какъ вы увидите, что одинъ китаецъ исчезнетъ (фиг. 16), и вмѣсто прежнихъ 13-ти, ихъ осталось только 12!

Дѣло объясняется очень просто: съ исчезнувшимъ китайцемъ произошло совершенно то же самое, что и съ исчезнувшей палочкой, т.-е. отдѣльныя, довольно мелкія ($^1/_{12}$) части китайца распредѣлились между 12-ю его соотечественниками, увеличивъ ихъ ростъ на $^1/_{12}$ противъ прежняго.

IV.

Требуется изъ двухъ шахматныхъ досокъ, изъ которыхъ одна—въ 64 клѣтки, а другая — въ 36 клѣтокъ (фиг. 17), составить одну шахматную доску съ $10 \times 10 = 100$ клѣтками; при этомъ каждую изъ данныхъ досокъ разрѣшается разрѣзать не болѣе, чѣмъ на двѣ (какія угодно) прямолинейныя части.

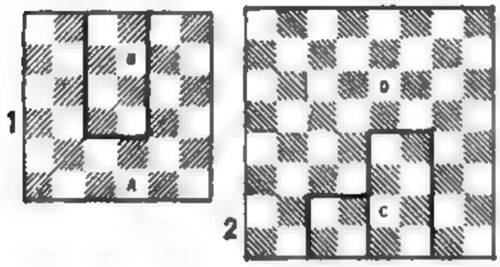


Фиг. 17.

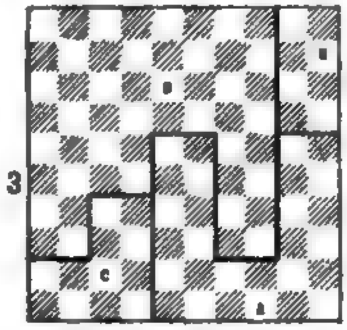
Прежде всего малая доска (съ 6×6 клѣтками) разрѣзается на двѣ части *A* и *B*, изъ которыхъ *B* представляетъ собою прямоугольникъ съ 2×4

клѣтками, взятыми изъ двухъ центральныхъ рядовъ (фиг. 18).

Затѣмъ другая доска (съ 8×8 клѣтками) разрѣзается тоже на двѣ части C и D, изъ которыхъ



Фиг. 18.



Фиг. 19.

C представляетъ собою два, сложенные вмѣстѣ прямоугольника (2×4 и 2×2).

Послѣ этого четыре части A, B, C и D складываются такъ, какъ это показано на фиг. 19, и тогда получается, дѣйствительно, квадратъ, содержащій 100 клѣтокъ.

Любопытные пріемы мышленія.

Каждый человѣкъ въ своей жизни встрѣчаетъ много неяснаго, неразгаданнаго и непонятнаго для него.

Онъ стремится найти истину и разрѣшить всѣ эти загадочные на первый взглядъ вопросы. Человѣкъ можетъ достичь этого при помощи мышленія. Но мышленіе можетъ быть правильнымъ и неправильнымъ.

Наука, которая учитъ людей правильно мыслить, называется логикой.

Правильное мышленіе особенно необходимо при рѣшеніи математическихъ вопросовъ: не даромъ логика считается „спутницей и помощницей математики“. Но и въ обыденной жизни человѣку приходится пользоваться логикой для того, чтобы не дѣлать ошибочныхъ выводовъ. Поэтому, чѣмъ раньше человѣкъ начнетъ пріучать себя къ правильному мышленію, тѣмъ для него лучше.

Изъ помѣщаемыхъ здѣсь примѣровъ читатели увидятъ, къ какимъ нелѣпымъ и несообразнымъ со здравымъ смысломъ выводамъ можно притти, если мыслить и разсуждать неправильно, и наоборотъ—какъ, разсуждая вполнѣ логично (т.-е. правильно), можно доказать справедливость такой мысли, которая на первый взглядъ намъ кажется несообразной и нелѣпой.

I. Простѣйшіе примѣры.

1. Всякій знаетъ, чтò мы называемъ кучей песку. Думаемъ, что никто не будетъ спорить и съ такимъ основнымъ положеніемъ: если отъ кучи песку отнять одну песчинку, то оставшійся песокъ все же можетъ быть названъ кучей. Если принять, что это положеніе справедливо во всякомъ случаѣ, то посмотрите, къ чему мы можемъ притти, опираясь только на эту истину.

Отнимемъ отъ кучи песку еще одну (вторую) песчинку; отъ этого куча не перестала быть кучей. Въ такомъ случаѣ будемъ продолжать отнятіе отъ кучи песку по одной песчинкѣ. Такъ какъ всякій разъ, опираясь на основное положеніе, мы имѣемъ право сказать, что то, чтò осталось должно считаться кучей, то, вѣдь, и тогда, когда послѣ продолжительнаго отниманія песчинокъ, отъ нашей кучи остается всего 10 песчинокъ, мы будемъ принуждены сказать, что и эти 10 песчинокъ составляютъ „кучу песку"!

А если и отъ нихъ отнять еще разъ 7—8 по одной песчинкѣ, то неужели тѣ 3 или 2 песчинки, которыя останутся послѣ этого, должны считаться „кучей".

2. Согласитесь ли вы съ такой мыслью: т о, ч е г о в ы н е п о т е р я л и, в ы и м ѣ е т е?

Если это такъ, то на васъ могутъ немедленно посыпаться вопросы:

— Вы потеряли 1000 рублей?

— Нѣтъ...

— Значитъ, эта тысяча у васъ есть! Гдѣ же она? Такъ ли это?...

— Вы потеряли рога?

— Нѣтъ...

— Слѣдовательно, у васъ есть рога!.. и т. д.

3. Полагаемъ, что вы согласитесь съ такимъ положенiемъ: в а ш ъ т о в а р и щ ъ—н е т о, ч т ò в ы. Но, вѣдь, в ы—ч е л о в ѣ к ъ! Слѣдовательно, можно сдѣлать выводъ, что в а ш ъ т о в а р и щ ъ — н е ч е л о в ѣ к ъ!..

Ясно, что прежде, чѣмъ соглашаться съ тѣмъ или другимъ заявленiемъ, надо обдумать его со всѣхъ сторонъ.

Если, напримѣръ, васъ спросятъ, смертельны ли мышьякъ, стрихнинъ, синильная кислота, если они введены въ человѣческiй организмъ, то отвѣтить на это утвердительно—очень рискованно, потому что вслѣдъ за этимъ можетъ послѣдовать заявленiе: „А развѣ мы не принимаемъ внутрь эти яды въ видѣ различныхъ лѣкарствъ?"

Другое дѣло, если данная мысль можетъ быть признана справедливой безусловно. Напримѣръ: 1) всѣ люди — смертны и 2) мой братъ — человѣкъ. Отсюда: мой братъ — смертенъ, — выводъ ясный и неоспоримый.

Такихъ примѣровъ можно привести, конечно, очень много, и мы, представляя нашимъ читателямъ изощряться въ прiисканiи ихъ, переходимъ къ болѣе сложнымъ примѣрамъ мышленiя.

II. Ученикъ, превзошедшій своего учителя.

(Софизмъ Эватла).

Въ древней Греціи существовали школы „софистовъ“, гдѣ молодые люди могли обучаться краснорѣчію, ораторскому искусству и юридическимъ наукамъ.

Разсказываютъ, что къ одному учителю-софисту, Протагору, однажды явился юноша, по имени Эватлъ, и обратился къ учителю съ просьбой сдѣлать изъ него хорошаго оратора, такъ какъ онъ жаждетъ выступить въ какомъ-нибудь судебномъ процессѣ въ качествѣ защитника или обвинителя.

Протагоръ согласился, но подъ тѣмъ условіемъ, что Эватлъ долженъ заплатить ему за обученіе 20 минъ, при чемъ половина этого гонорара должна быть уплачена немедленно, а другая половина—по окончаніи обученія, да и то только въ томъ случаѣ, если Эватлъ выиграетъ тотъ судебный процессъ, въ которомъ онъ выступитъ впервые.

Юноша согласился и сталъ посѣщать ежедневно Протагора, проявляя во время занятій удивительныя способности и воспринимая все, что преподавалъ ему его учитель.

Такъ дѣло шло до тѣхъ поръ, пока, наконецъ, Протагоръ не объявилъ, что курсъ обученія вполнѣ законченъ, и Эватлъ можетъ смѣло выступить на судѣ.

Но тутъ произошло то, чего никакъ не ожидалъ мудрый учитель...

— Знаешь что? — заявилъ Эватлъ. — Я своевременно заплатилъ тебѣ половину условленнаго гонорара, но второй половины, по-моему, я имѣю полное право не платить!

— Это почему же? — удивился Протагоръ.

— На основаніи закона и нашего договора,— отвѣтилъ Эватлъ.

Протагоръ возмутился.

— Но, вѣдь, я подамъ на тебя въ судъ,— сказалъ онъ,—и ты принужденъ будешь тамъ защищаться. Что же касается приговора судей, то мнѣ, въ сущности безразлично, присудятъ ли они тебя къ уплатѣ гонорара, или нѣтъ, потому что и въ томъ, и въ другомъ случаѣ ты уплатишь мнѣ слѣдуемыя деньги!

— Это какимъ же образомъ? — удивился въ свою очередь Эватлъ.

— Очень просто! Если судьи скажутъ, что ты долженъ мнѣ уплатить вторую половину гонорара, то ты будешь обязанъ сдѣлать это на основанiи приговора суда. Если же судъ откажетъ мнѣ въ искѣ, другими словами, если ты выиграешь свой первый судебный процессъ, то ты заплатишь мнѣ ту же сумму на основанiи заключеннаго между нами договора! Видишь? Я правъ!

Въ первую минуту Эватлъ былъ смущенъ такими, по-видимому, неопровержимыми доводами своего учителя, но затѣмъ, сообразивъ что-то, онъ воскликнулъ:

— Ничего подобнаго! Я буду имѣть право не платить тебѣ ни въ томъ, ни въ другомъ случаѣ! И вотъ почему: если судьи скажутъ, что я тебѣ обязанъ заплатить гонораръ полностью, т.-е., другими словами, если я проиграю свой первый судебный процессъ, то я не заплачу тебѣ денегъ на основанiи нашего съ тобой договора! Если же судъ рѣшитъ, что я не долженъ платить тебѣ, то я и не заплачу ничего на основанiи приговора суда! Ну, кто правъ въ концѣ концовъ? Говори!

Протагоръ былъ смущенъ окончательно, но имѣлъ достаточно мужества, чтобы сознаться, что ученикъ, дѣйствительно, превзошелъ своего учителя.

Мы, съ своей стороны, добавимъ, что, если рѣшать вопросъ, кто правъ изъ нихъ, учитель или ученикъ, то придется отвѣтить, что ни тотъ, ни другой, такъ какъ оба они разсуждали логически неправильно: тотъ и другой, доказывая свою правоту, опирались то на приговоръ суда, то на условія своего договора.

Если же мы поставимъ два вопроса раздѣльно: 1) долженъ ли Эватлъ платить Протагору, или нѣтъ? и 2) выполнены ли условія ихъ договора? — то вопросъ окажется вполнѣ выясненнымъ въ опредѣленномъ смыслѣ.

III. Perpetuum mobile.

Одинъ греческій мудрецъ, жившій постоянно на островѣ Критѣ, имѣлъ неосторожность въ одномъ изъ своихъ сочиненій сказать, что „всѣ жители острова Крита — лжецы"...

Представляете вы себѣ, что получится, если мы, исходя изъ этой мысли, начнемъ разсуждать, по-видимому, логически?

Если всѣ жители острова Крита — лжецы, а самъ мудрецъ, сказавшій это, былъ тоже житель этого острова, то, стало быть, и онъ — лжецъ; другими словами то, что̀ онъ сказалъ, — неправда. Слѣдовательно, всѣ жители острова Крита — не лжецы; а потому... и мудрецъ не лгунъ, и сказалъ онъ правду, что „всѣ жители острова — лжецы". Но такъ какъ мудрецъ былъ житель острова Крита, то, значитъ, и онъ былъ лжецъ; слѣдовательно, онъ сказалъ неправду, т.-е., всѣ жители Крита — не лгуны. А если это такъ, то и мудрецъ — не лгунъ, т.-е., онъ сказалъ правду и т. д., и т. д.

Читатель, конечно, понимаетъ, что такъ „разсуждать" можно до безконечности, но, вѣроятно, онъ также видитъ, что во время этого разсужденія приходится высказывать такія мысли, которыя прямо противорѣчатъ другъ другу.

Гдѣ причина этого?

Конечно, въ томъ, что мудрецъ, высказывая свою мысль по поводу правдивости жителей острова Крита, во всякомъ случаѣ не имѣлъ въ виду себя, или, быть можетъ, забылъ въ ту минуту, что и онъ житель этого острова, но, къ сожалѣнію, не сдѣлалъ должной оговорки. А точность выраженія — великое дѣло!

IV. Кто правильно мыслитъ, тотъ и выигрываетъ.

То, что будетъ здѣсь разсказано, произошло въ Китаѣ.

Одинъ изъ провинціальныхъ китайскихъ губернаторовъ, или, какъ ихъ тамъ называютъ, мандариновъ, благодаря своему необыкновенному уму и способностямъ, а также и той популярности, которой онъ пользовался среди народа, возбудилъ сильную зависть къ себѣ другихъ знатныхъ китайцевъ, которая скоро перешла въ злѣйшую ненависть, — и интригамъ и подкопамъ не было конца.

Въ результатѣ, какъ это часто бываетъ, умный и добрый мандаринъ сначала впалъ въ немилость императора, а потомъ, благодаря проискамъ враговъ, былъ отданъ подъ судъ, при чемъ судьями, конечно, оказались самые злѣйшіе враги мандарина, которые въ то время ничего не желали такъ сильно, какъ только скорѣйшей смерти ненавистнаго имъ мандарина.

Само собой разумѣется, вынести смертный приговоръ ничего не стоило, но... объявить его публично, въ присутствіи того народа, который такъ искренно былъ привязанъ къ своему правителю... на это они, конечно, не могли рѣшиться.

А потому они заранѣе рѣшили между собой, что въ засѣданіи, въ день, назначенный для суда надъ мандариномъ, они объявятъ приговоръ, приблизительно, въ такой формѣ:

„Такъ какъ мы, товарищи подсудимаго, не желаемъ брать на свою совѣсть отвѣтственности передъ божественнымъ и великимъ Буддой за жизнь подсудимаго, и такъ какъ, все-таки, обвиненія, предъявленныя къ нему, остаются неопровергнутыми, а отчасти и доказанными, то мы, судьи, назначенные сюда по повелѣнію самого императора, постановили предоставить самой судьбѣ рѣшить участь подсудимаго. Съ этой цѣлью мы въ каждую изъ этихъ двухъ урнъ кладемъ по свернутой запискѣ, на одной изъ которыхъ написано слово „жизнь“, а на другой — „смерть“ и предоставляемъ подсудимому право самому вынуть любую изъ этихъ записокъ и тѣмъ самымъ произнести себѣ приговоръ“.

Такова должна быть внѣшняя сторона дѣла.

На самомъ же дѣлѣ коварные судьи рѣшили на обѣихъ запискахъ написать слово „смерть“ и... такимъ образомъ участь несчастнаго мандарина была предрѣшена заранѣе.

По какой-то счастливой случайности, адвокату, который былъ назначенъ защищать на судѣ мандарина, удалось узнать о коварномъ планѣ судей.

Конечно, самое лучшее, что онъ могъ бы теперь сдѣлать, это—вывести судей на чистую воду, уличивъ ихъ во время суда въ подлогѣ одной изъ записокъ. Но... для адвоката это было бы равносильно самоубійству, а потому онъ ограничился только тѣмъ, что наканунѣ дня, назначеннаго для суда, сообщилъ подсудимому о томъ, что̀ ему удалось узнать, и о томъ, что̀ ожидаетъ бѣднаго мандарина.

По-видимому, обстоятельства сложились, какъ нельзя плохо, и придумать что-нибудь для того, чтобы предотвратить неминуемую смерть подсудимаго, было невозможно...

Но, какъ было уже сказано, мандаринъ считался очень умнымъ человѣкомъ, и, проведя всю ночь передъ судомъ въ разумномъ размышленіи и взвѣсивъ всѣ обстоятельства, онъ нашелъ, наконецъ, *вѣрное* средство для того, чтобы спасти свою жизнь, *даже не уличая судей въ ихъ замыслѣ и не показывая виду, что онъ что-нибудь знаетъ про ихъ планъ.*

Насталъ день суда. Публики въ судѣ было видимо-невидимо. Еще бы! Судятъ того, кто такъ много сдѣлалъ добра для народа!..

Судьи объявили приговоръ въ той формѣ, которая была приведена выше, опустили въ каждую изъ двухъ урнъ по заранѣе приготовленной запискѣ и съ нетерпѣніемъ ожидали, правда, извѣстнаго имъ заранѣе конца.

Подсудимый увѣренно подошелъ къ судейскому столу, сунулъ безъ всякаго колебанія руку въ одну изъ урнъ, вытащилъ оттуда свернутую записку и.......

Какъ бы вы думали, что̀ онъ сдѣлалъ?

А онъ, вѣдь, сдѣлалъ то, благодаря чему черезъ минуту всѣ поняли что, жизнь мандарина спасена!

Оказывается, подсудимый, не долго думая отправилъ вынутую записку въ ротъ и... проглотилъ ее.

На удивленные возгласы судей, онъ спокойно отвѣтилъ:

— То, что̀ меня ожидаетъ, моя судьба—теперь внутри меня! Если же вы хотите знать, какова она, то не угодно ли взять оставшуюся записку и посмотрѣть, что̀ тамъ написано. Если вы увидите тамъ: „жизнь", то я готовъ къ смерти, если же тамъ написано: „смерть", то я имѣю право вернуться къ прежней своей жизни!..

Судьи, придя въ себя отъ изумленія, поняли, что они одурачены, и что всѣ планы ихъ погибли.

И лишь для того, чтобы не выдать себя головой всѣмъ присутствующимъ, одинъ изъ нихъ вынулъ изъ урны оставшуюся записку и упавшимъ голосомъ прочиталъ (вы уже знаете, *что!):*

— Смерть!..

Неистовый восторгъ въ публикѣ былъ отвѣтомъ на это страшное слово, которое вѣдь, на сей разъ должно было понимаемо, какъ „жизнь для мертваго“, какъ вѣсть о воскрешеніи изъ мертвыхъ!..

Такъ иногда, человѣкъ, могущій правильно мыслить и учитывать не только тѣ шансы, которые за него, но и тѣ, которые всецѣло противъ него, можетъ найти исходъ изъ безысходнаго положенія.

V. Логика—въ роли спасительницы.

Разсказываютъ, что во время франко-прусской войны имѣлъ мѣсто слѣдующій любопытный случай.

Одинъ французскій офицеръ имѣлъ несчастіе попасться въ плѣнъ къ пруссакамъ и, такъ какъ его заподозрѣли въ шпіонствѣ, то было рѣшено отдать плѣнника подъ судъ и судить его по законамъ военнаго времени, которые, какъ извѣстно, за шпіонство караютъ виновныхъ смертной казнью.

Когда подсудимому вынесли смертный приговоръ, и несчастный, выслушавъ его, уже готовъ былъ покориться своей участи, судьямъ пришло въ голову оказать осужденному снисхожденіе, правда нѣсколько страннаго свойства.

— Вамъ, молодой человѣкъ, — сказали они офицеру,—предлагается, въ видѣ особой милости, самому выбрать родъ казни: или смерть черезъ повѣшеніе, или черезъ разстрѣляніе. Для этого мы предлагаемъ вамъ произнести какую-нибудь фразу, заключающую въ себѣ или явную правду, или явную ложь. При этомъ замѣтьте, что за сказанную вами правду вы будете повѣшены, а за неправду—васъ разстрѣляютъ.

Все это было, конечно, очень жестоко, немилосердно, но... странное дѣло!

По мѣрѣ того, какъ молодой человѣкъ слушалъ безстрастную рѣчь своихъ судей, его блѣдное и умное лицо прояснялось все болѣе и болѣе и, наконецъ, послѣ нѣкотораго размышленія, онъ медленно произнесъ:

— Меня разстрѣляютъ!..

— Ну, и что же? Что вы хотите этимъ сказать?—спросили судьи съ недоумѣніемъ.

— Только то, чего вы потребовали отъ меня!— отвѣтилъ молодой человѣкъ.—Я сказалъ фразу, а что̀ она въ себѣ заключаетъ — правду или неправду—я предоставляю судить вамъ самимъ!— добавилъ офицеръ, видимо, торжествуя.

Судьи продолжали недоумѣвать, перешептываться между собою и разводить руками.

Офицеръ, видя ихъ смущеніе, рѣшилъ притти къ нимъ на помощь.

— Очевидно,—сказалъ онъ,—вы не знаете, за что̀ считать мои слова: за правду, или за ложь. Ну, конечно, въ данный моментъ это рѣшить трудновато, такъ какъ я еще не повѣшенъ и не разстрѣлянъ, и что̀ будетъ со мной черезъ часъ,— это покажетъ будущее. Но предупреждаю васъ, г.г. судьи, что, какъ бы вы ни поступили со мной, какой бы родъ казни вы ни примѣнили ко мнѣ, — теперь вы все равно окажетесь глубоко неправыми и несправедливыми судьями, не умѣющими держать свое слово!

Дерзкая рѣчь француза задѣла за живое судей.

Но офицеръ поспѣшилъ пояснить сказанное.

— Я сказалъ: „меня разстрѣляютъ". Слѣдовательно, если вы меня повѣсите, то окажется что я сказалъ неправду, а за неправду, вѣдь вы же сами обѣщали меня разстрѣлять. Если же вы рѣшите меня подвергнуть разстрѣлу, то окажется, что я сказалъ правду, а за правду меня слѣдовало, согласно вашему же условію, повѣсить. Ясно, что и въ томъ, и въ другомъ случаѣ вы будете неправы, но я... къ вашимъ услугамъ!,.

Судьи настолько были поражены простой, логичной и остроумной рѣчью молодого французскаго офицера, что, изъ уваженія къ его уму, единогласно рѣшили помиловать его и даже дать возможность вернуться на дорогую для него родину.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

Стр.

От редактора 3
Старинныя математическія развлеченія 5
Любопытные вопросы, задачи и софизмы 19
Загадочныя исчезновенія и превращенія 46

Любопытные пріемы мышленія.

Простѣйшіе примѣры 54
Ученикъ, превзошедшій своего учителя 57
Perpetuum mobile 61
Кто правильно мыслитъ, тотъ и выигрываетъ 63
Логика—въ роли спасительницы. 68